

## Laboratoire 9 - Indépendance linéaire et ensemble générateur

Fichier Maple à consulter : Lab 9-IndepLinVecteurs.mws sur le site du Saut quantique dans la section *Dossiers — Logiciels de calcul symbolique* (<http://www.apsq.org/sautquantique/doss/d-logiciels.html#algebre>).

Principales commandes utilisées dans ce laboratoire :

vector, evalm, equate de la bibliothèque student, augment, gausselim, backsub, linsolve, gaussjord.

Cliquer sur les points « + » du fichier Maple pour en savoir plus sur les éléments théoriques et réaliser les exercices ci-dessous avec Maple :

+ Combinaison linéaire de vecteurs

+ Indépendance linéaire de vecteurs

+ Ensemble générateur

### Exercices

**No 1)** Soit les vecteurs  $u = (1,5)$  et  $v = (2,3)$ . Décrire géométriquement :

a)  $\{xu + yv \mid x = 0, 1 \leq y \leq 2\}$

b)  $\{xu + yv \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

**Pour les numéros 2 à 6 :**

```
> w1:=vector([-4, 3, 7, 5]); w2:=vector([3, 2, -5, 6]); w3:=vector([-5, 8, 14, 22]); w4:=vector([-8, 23, 35, 73]); w5:=vector([1, 0, -14/17, a]);
```

**No 2)**  $\{w_1, w_2, w_3\}$  est-il linéairement indépendant ?

**No 3) a)** Montrer que  $\{w_1, w_2, w_3\}$  n'est pas générateur de  $\mathbb{R}^4$ .

b) Trouver un vecteur de  $\mathbb{R}^4$  qui n'est pas combinaison linéaire de  $w_1, w_2, w_3$

**No 4) a)** Pour quelle valeur de  $a$ ,  $w_5$  sera combinaison linéaire de  $w_1, w_4$

b) pour la valeur trouvée, exprimer  $w_5$  comme combinaison linéaire de  $w_1, w_4$

**No 5) a)**  $\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$  est-il linéairement indépendant?

b)  $\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$  est-il générateur de  $\mathbb{R}^4$ ?

**No 6)** Pour quelles valeurs de  $a$ ,  $\{w_1, w_3, w_4, w_5\}$  est-il linéairement indépendant?

**No 7)** Soit  $v_1 := \text{vector}([2, 10, -1]); v_2 := \text{vector}([9, 0, 18]); v_3 := \text{vector}([-24, -30, -33]);$

**a)** Pour quelles valeurs de  $a, b, c$ , le vecteur  $[a, b, c]$  ne s'exprime pas comme combinaison linéaire des vecteurs linéairement dépendants  $v_1, v_2, v_3$ .

**b)** Pour quelles valeurs de  $a, b, c$ , le vecteur  $[a, b, c]$  s'exprime-t-il d'une infinité de façons comme combinaison linéaire des vecteurs linéairement dépendants  $v_1, v_2, v_3$ . Donnez-en 2 façons.

**No 8)** Carrés magiques  $3 \times 3$

Un carré magique  $3 \times 3$  est une matrice  $3 \times 3$  dont la somme est la même pour chaque ligne, chaque colonne et chacune de ses 2 diagonales.

Voici 4 carrés magiques  $3 \times 3$ ,

```
> A:=matrix(3,3,[1,1,1,1,1,1,1,1,1]):B:=matrix(3,3,[0,1,-1,-1,0,1,1,-1,0]):C:=matrix(3,3,[-1,1,0,1,0,-1,0,-1,1]):E:=matrix(3,3,[4,9,2,3,5,7,8,1,6]):A=evalm(A),B=evalm(B),C=evalm(C),E=evalm(E);
```

**a)** Exprimer  $E$  comme combinaison linéaire de  $A, B, C$ .

**b)** Montrer que  $\{A, B, C\}$  est linéairement indépendant.