**Laboratoire 5 - l'inverse d'une matrice et transposée d'une matrice**

Fichier Maple à consulter : Lab 5-Inverse-Transposee.mws sur le site du Saut quantique dans la section *Dossiers — Logiciels de calcul symbolique* (http://www.apsq.org/sautquantique/doss/d-logiciels.html#algebre).

Principales commandes utilisées dans ce laboratoire :
matrix de la bibliothèque linalg, randmatrix, transpose, inverse

Cliquer sur les points « + » du fichier Maple pour en savoir plus sur les éléments théoriques et réaliser les exercices ci-dessous avec Maple :

+ Transposée d'une matrice

+ Inverse d'une matrice

**Exercices**

```
> A:=matrix(3,2,[1,2,3,4,5,6]);B:=matrix(2,3,[3,6,9,12,15,18]);
```

**No 1)** Trouvez, s'il y a compatibilité
**a)** transposée(AB)    Remarque : transposée(M) signifie la transposée de M
**b)** transposée(A)* transposée(B)   et comparez la réponse avec **a)**
**c)** transposée(B)* transposée(A)   et comparez la réponse avec **a)**

**No 2)** Créer une matrice N, 3x4 avec la commande **randmatrix.** Trouver :
a) N*transposée(N)
b) transposée(N)*N

Que remarquez-vous ?

**No 3)** Créer une matrice N, 3x3 avec la commande **randmatrix.** Trouver :
a) X = N + transposée(N)). Quelle propriété remarquez-vous pour la matrice X?
b) Y = N - transposée(N)). Quelle propriété remarquez-vous pour la matrice Y?
c) En conclure que toute matrice carrée N est la somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique. Écrire N comme la somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique

**No 4)** Soit B = $\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$, Dans chacun des cas suivants, résoudre le système d'équations généré par AB = I(2x2) :

**a)** A = $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$

**b)** A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

Remarque : Dans le cas où le système a une solution, B est la matrice inverse de A.

**No 5)** Soit B = $\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$ et A = $\begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 12 & 9 \end{bmatrix}$.

**a)** Trouver, si possible, une matrice B non nulle, telle que AB = 0(2x2)
**b)** Vérifier si A est inversible avec la commande inverse

**No 6)** Soit $B := \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ et A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -3 & 6 & 0 \\ -3 & -8 & 10 \end{bmatrix}$

**a)** Trouver, si possible, une matrices B non nulle telle que AB = 0(2x2)
**b)** Vérifier si A est inversible avec la commande inverse
**c)** Du no 5) et 6), que conclure des solutions de l'équation AB = 0?

**No 7)** Une matrice A est définie par A(i,j) = sin(i-j)
a) Dire si la matrice A est symétrique ou antisymétrique ou ni l'un ni l'autre.
b) Construire une matrice A(4x4) pour vérifier votre réponse.

**No 8)** Mêmes questions qu'au numéro 7) avec A(i,j) = cos(i-j)
a) Dire si la matrice A est symétrique ou antisymétrique ou ni l'un ni l'autre.
b) Construire une matrice A(4x4) pour vérifier votre réponse.

**No 9)** Générer 2 matrices 4x4, A et B, symétriques.
a) A + B est-elle symétrique?
b) 3A - 4B est-elle symétrique?
c) AB est-elle symétrique?
d) Recommencer avec d'autres matrices A et B. Que vous suggèrent les réponses?

**No 10)** Trouver 2 matrices 4x4, symétriques telles que le produit AB est symétrique?

* **No 11)** Soit A une matrice carrée nxn. L'élément symétrique centralement à l'élément A[i,j] est l'élément qui lui est symétrique par rapport au centre de la matrice, mathématiquement, c'est l'élément A(n-i+1, n-j+1).

Une matrice possède une symétrie centrale(SC) si A[i,j] = A(n-i+1, n-j+1) et une matrice possède une antisymétrie centrale (ASC) si A[i,j] = - A(n-i+1, n-j+1).

Exemple : B = $\begin{bmatrix} 134 & 111 & 116 \\ 85 & 194 & 85 \\ 116 & 111 & 134 \end{bmatrix}$ a une SC et C = $\begin{bmatrix} 36 & -1 & -42 \\ -15 & 0 & 15 \\ 42 & 1 & -36 \end{bmatrix}$ a une ASC

a) Montrer que toute matrice A = B + C où B a une SC et B une ASC

Exemple : $\begin{bmatrix} 170 & 110 & 74 \\ 70 & 194 & 100 \\ 158 & 112 & 98 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 134 & 111 & 116 \\ 85 & 194 & 85 \\ 116 & 111 & 134 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 36 & -1 & -42 \\ -15 & 0 & 15 \\ 42 & 1 & -36 \end{bmatrix}$

b) Soit la matrice A = $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & 8 \\ 3 & 7 & -5 & -2 \\ 4 & 1 & 11 & 1 \\ 12 & 8 & -3 & -1 \end{bmatrix}$,

Trouver B et C où A = B + C telle que B a une SC et C une ASC