

## Laboratoire 11-Produit vectoriel et produit mixte, dans $\mathbb{R}^3$

Fichier Maple à consulter : Lab 11-ProdVect-Mixte.mws sur le site du Saut quantique dans la section *Dossiers — Logiciels de calcul symbolique* (<http://www.apsq.org/sautquantique/doss/d-logiciels.html#algebre>).

Principales commandes utilisées dans ce laboratoire :  
vector, crossprod, dotprod, norm, evalm, matrix.

Cliquer sur les points « + » du fichier Maple pour en savoir plus sur les éléments théoriques et réaliser les exercices ci-dessous avec Maple :

+ Produit vectoriel dans  $\mathbb{R}^3$

### Exercices A : Produit vectoriel dans $\mathbb{R}^3$

**No 1** Trouver un vecteur perpendiculaire à  $u = (4, -8, 12)$  et  $v = (-10, 2, 9)$

a) en utilisant le produit vectoriel

b) en utilisant le produit scalaire

c) Montrer que les vecteurs obtenus en a) et b) sont parallèles

**No 2** Soit  $v_1 = (3, -5, 2)$ ,  $v_2 = (5, -7, 9)$  et  $v_3 = (62, 34, -8)$

a) Montrer que  $v_3$  est perpendiculaire à  $v_1$  et  $v_2$

b) Trouver  $k$  tel que  $v_3 = k(v_1 \times v_2)$

**No 3** Soit  $v_1 = (3, 5, 9)$  et  $v_2 = (-7, 12, 8)$

a) Trouver l'aire du parallélogramme de côtés  $v_1$  et  $v_2$

b) Trouver l'aire du triangle dont 2 des côtés sont  $v_1$  et  $v_2$

**No 4** Trouver l'aire du triangle dont les sommets sont les points  $A(2, 5, 7)$ ,  $B(-6, 7, 12)$  et  $C(2, -5, 8)$

**No 5** Voici 2 vecteurs  $v_1 = (4, 1, -2)$ ,  $v_2 = (-3, 0, 9)$

À l'aide du produit vectoriel, trouver un vecteur  $v_3$  est perpendiculaire à  $v_1$  et qui est une combinaison linéaire de  $v_1$  et  $v_2$  (dans le plan de  $v_1, v_2$ )

**No 6** Soit  $u = (2, -5, 6)$  et  $v = (-3, 8, 3)$ . Trouver l'angle  $t$  entre  $u$  et  $v$  en utilisant les formules

a)  $u \cdot v = \|u\| \|v\| \cos(t)$

b)  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\| \sin(t)$

**No 7** Trouver l'aire totale du tétraèdre (l'aire des 4 faces triangulaires) dont les 4 sommets sont  $A(2, 2, -5)$ ,  $B(-3, 7, 1)$ ,  $C(5, 8, -12)$  et  $E(6, 0, 7)$

+ Produit mixte  $u \cdot (v \times w)$  dans  $\mathbb{R}^3$

## Exercices B

Pour les numéros 1 à 3 : Soit  $v_1 = (3,3,3)$ ,  $v_2 = (-2,7,11)$ ,  $v_3 = (8,9,10)$

**No 1)** Trouver le volume du parallélépipède construit sur les côtés  $v_1, v_2, v_3$

**No 2)** Trouver le volume de la pyramide dont la base est le parallélogramme de côtés  $v_1, v_2$  et dont un côté est  $v_3$

Remarque : le volume de la pyramide = (aire de la base)(hauteur) / 3

**No 3)** Trouver le volume du tétraèdre dont les sommets sont les points  $A(2,3,-2)$ ,  $B(3,4,-1)$ ,  $C(-4,5,8)$  et  $E(3,3,3)$

Remarque : le volume du tétraèdre = (aire de la base)(hauteur) / 3

**No 4)** Soit  $u = (5,-5,3)$ ,  $v = (9,-2,8)$  et  $w = (4,7,10)$

Vérifier qu'une permutation circulaire des vecteurs dans le produit mixte ne change pas la valeur obtenue :

On a les formules :  $u \cdot (v \times w) = w \cdot (u \times v) = v \cdot (w \times u)$  et  $u \cdot (w \times v) = v \cdot (u \times w) = w \cdot (v \times u)$