Laboratoire 10 – Bases

Fichier Maple à consulter : Lab 10-Bases.mws sur le site du Saut quantique dans la section *Dossiers — Logiciels de calcul symbolique* (http://www.apsq.org/sautquantique/doss/d-logiciels.html#algebre).

Principales commandes utilisées dans ce laboratoire :

vector, augment, gausselim, backsub, basis, GramSchmidt.

Cliquer sur les points « + » du fichier Maple pour en savoir plus sur les éléments théoriques et réaliser les exercices ci-dessous avec Maple :

+ Base

+ Base ordonnée de vecteurs

+ Exprimer un vecteur dans une base ordonnée de R^n

+ Bases orthogonales et bases orthonormales

+ Exprimer simultanément plusieurs vecteurs dans une base ordonnée B

+ Extraire une base de l'ensemble des combinaisons linéaires de vecteurs v1,v2,v3,...vn

Exercices

No 1) Soit les vecteurs v1= (5,-7,12) et v2 = (3,4,9), v3 = (2,0,5) et v4 = (-1,26,3)
a) Montrer que <v1,v2,v3> forment une base de R^3
b) Exprimer v4 dans la base <v1,v2,v3>
c) Exprimer v4 dans la base <v2,v3,v1>

No 2) a) À partir de la réponse b) du No 1), dire si {v1,v2,v4} forme une base de R^3
b) Est-ce que {v1,v2}forme une base de B = l'ensemble des combinaisons linéaires des vecteurs v1, v2, v4 ?

No 3) Soit vB = (5,-7 2) où B = <(4,3,2),(2,5,9),(10,-11,-17)>. Trouver v (dans la base canonique E = <i,j,k>)

No 4) Exprimer simultanément b5,b6,b7 dans la base B = <b1, b2, b3, b4>

```
> b1:=vector([-1,12,3,-7]);b2:=vector([5,0,-
7,11]);b3:=vector([34,-1,8,-12]);b4:=vector([7,-8,0,-
6]);b5:=vector([-13,5,7,9]);b6:=vector([67, -39, 3,
49]);b7:=vector([148, -102, -18, -14]);
```

No 5) à partir du critère : {b1,b2,...bn}forme une base de R^n si et seulement si la matrice A(nxn) = [b1,b2,...,bn] échelonnée donne une matrice H qui a n pivots (un sur chaque ligne et chaque colonne)
a) Est-ce que { b1,b2,b3,b5} forme une base de R^4?
b) Est-ce que {b4,b5,b6,b7} forme une base de R^4?

No 6) a) Exprimer, si possible, b7 comme combinaison linéaire de b4,b5 et b6
b) Exprimer, si possible, b5 comme combinaison linéaire de b2,b3 et b4

No 7) Montrer que la base B = <u1,u2,u3> est une base orthogonale de R^3.

```
> u1:=vector([2,10,-1]);u2:=vector([9,0,18]);u3:=vector([36,-9,-
18]);u4:=vector([3,7,-9]);
```

No 8) Rendre orthonormale la base B = <u1,u2,u3>

No 9) a) Trouver || u4||.
b) Exprimer u4 dans la base orthogonale B = <u1,u2,u3>, i.e trouver u4B = (x,y,z)
A-t-on |u4| = sqrt(x^2+y^2+z^2)?
c) Exprimer u4 dans la base orthonormale B' obtenue au numéro 8), i.e trouver u4B' = (x1,y1,z1)
A-t-on |u4| = sqrt(x1^2+y1^2+z1^2)?

No 10) Des 5 vecteurs u1,u2,u3,u4,u5, donnés plus bas :
a) Extraire une base B de L{u1,u2,u3,u4,u5}
b) Exprimer simultanément les vecteurs qui ne sont pas dans la base B comme combinaison linéaire des vecteurs de la base B

```
> u1:=vector([21.45,-33.25,11.65]);u2:=vector([32.175,-
49.875,17.475]);u3:=vector([12.75,89.45,-18.35]);u4:=vector([-
110.5125, -1739.9375, 382.2875]);u5:=vector([-8.95,69.15,45.45]);
```

No 11) Extraire de L{u1,u2,u3,u4,u5}une autre base que celle obtenue au No 10