

Activité **6**



Un regard vectoriel sur le grincement de dents

Activité réalisée au Collège de Sherbrooke
par **MARIE-JANE HAGUEL** et **NICOLAS PFISTER**

Un regard vectoriel sur le grincement de dents

Date de la dernière mise à l'essai

2002

Nom des auteurs

Marie-Jane Haguel et Nicolas Pfister

Collège d'origine

Collège de Sherbrooke

Adresse électronique des auteurs

**haguelma@collegesherbrooke.qc.ca
pfisteni@collegesherbrooke.qc.ca**

Discipline scientifique

Mathématiques

Âge moyen des élèves

18-19 ans

Titre et numéro du cours

**Projet de fin d'études
(360-HAA-03)**

Durée de l'activité

45 heures

NOTE

Dans ce texte, le générique masculin est utilisé seul, sans aucune discrimination et dans le seul but de l'alléger.

Les annexes en format PDF se retrouvent dans le cédérom qui accompagne ce recueil.

De plus, ces annexes en format Word et une analyse pédagogique de l'activité sont également disponibles dans la section *Trésors pédagogiques* du site Internet du Saut quantique à l'adresse URL : <http://www.apsq.org/sautquantique>.

Les auteurs autorisent toute utilisation de ce texte à des fins pédagogiques, pourvu qu'il y ait mention des auteurs et de leur collège.

Le respect de ces recommandations encouragera les auteurs à partager leur expérience.



Un regard vectoriel sur le grincement de dents

Description de l'activité

APERÇU DE L'ACTIVITÉ

Le problème consiste à approximer la fonction d'onde d'un son, donnée par la répétition périodique d'une fonction définie, bornée et continue sur $]-1, 1[$, à l'aide d'un polynôme trigonométrique de degré 5. Toutefois, le principe de la solution apportée serait valable pour toute fonction définie, continue et bornée sur un intervalle quelconque $]a, b[$, et l'approximation serait d'autant meilleure qu'on augmenterait le degré du polynôme.

La première partie du travail consiste à explorer, dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 , les relations entre changement de bases, base orthonormée et base orthogonale, produit scalaire et composantes d'un vecteur dans une base. Dans la deuxième partie, les élèves explorent la possibilité que certains sous-ensembles de \mathbb{R}^2 soient constitués d'éléments « qui se comportent collectivement comme des vecteurs ». La troisième partie consiste à examiner la possibilité de trouver, dans un sous-espace donné, le vecteur « le plus proche » d'un vecteur donné de l'espace. La dernière partie du travail permet d'élargir la notion de vecteur à des espaces de nature non géométrique (espaces de fonctions), par exemple, un grincement de dents, et d'appliquer les résultats obtenus dans les trois premières parties pour approximer une onde à l'aide d'une fonction du sous-espace des polynômes trigonométriques.

Les élèves travaillent à partir d'une série de questions suffisamment générales pour ne pas les orienter directement vers la solution. En fait, pour la plupart des questions, les élèves ne comprennent vraiment leur sens qu'après y avoir répondu. Ainsi, certaines questions restent en suspens pendant une longue période. Quelques questions portent sur des cas particuliers afin d'amener les élèves à obtenir des généralisations. Toutes les

questions sont reliées entre elles, soit à partir du résultat, soit à partir de la méthode de résolution. Les liens ne sont jamais explicitement faits ou suggérés dans le questionnaire. Les calculs d'intégrales et les graphiques sont obtenus à l'aide d'un logiciel de calcul symbolique.

PERTINENCE ET ORIGINALITÉ DE L'ACTIVITÉ

Ce travail permet aux élèves d'approfondir le concept de vecteur comme élément d'un espace vectoriel en considérant des espaces non géométriques. Cela leur permet aussi de constater que certaines branches des mathématiques apparemment éloignées possèdent en fait des liens très étroits.

Objectifs et relations avec le programme

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES OU COMPÉTENCES VISÉES

Approfondir et étendre les notions d'algèbre linéaire (projection orthogonale, espace vectoriel, produit scalaire, etc.) vues dans le cadre du cours de géométrie vectorielle et d'algèbre linéaire.

Faire le lien entre fonctions et vecteurs, entre produit scalaire et intégrale définie, et plus généralement entre l'algèbre linéaire et le calcul intégral.

Relier les connaissances mathématiques à l'acoustique.

Découvrir des espaces dont la dimension est supérieure à 3.

Appliquer les connaissances acquises lors du cours de méthodes de preuve.

RELATIONS ENTRE L'ACTIVITÉ ET LE PROGRAMME

Objectifs de programme visés

L'activité vise l'acquisition de plusieurs habiletés du programme *Sciences de la nature* :

- Résoudre des problèmes de façon systématique;
- Utiliser des technologies appropriées de traitement de l'information;
- Communiquer de façon claire et précise;
- Apprendre de façon autonome;
- Travailler en équipe;
- Établir des liens entre la science, la technologie et l'évolution de la société;
- Adopter des attitudes utiles au travail scientifique;
- Traiter de situations nouvelles à partir de ses acquis.

Lien avec le cours

Ce travail est proposé dans le cadre du cours de projet de fin d'études. Il a été élaboré et développé en tenant compte des objectifs d'apprentissage de ce cours :

- 1) Découvrir de nouveaux concepts scientifiques sur la base de ses acquis.
- 2) Développer des habiletés en résolution de problèmes.
- 3) Communiquer efficacement les résultats de ses recherches et travaux.
- 4) Travailler en équipe.

Lien avec les autres cours

Le point de départ de ce travail est basé sur les concepts d'espace vectoriel, de base, de produit scalaire et de projection orthogonale présentés dans le cours d'algèbre linéaire. Les élèves ont ensuite besoin de la notion de fonction continue et périodique ainsi que des propriétés des opérations sur ces fonctions (cours de calcul différentiel).

La dernière partie du travail amène les élèves à calculer des intégrales définies et à utiliser les propriétés de cette intégrale (cours de calcul intégral).

De plus, la rigueur nécessaire et les démonstrations font appel aux connaissances acquises dans le cours de méthodes de preuve.

Nombre d'élèves et encadrement pédagogique

NOMBRE APPROXIMATIF D'ÉLÈVES DANS LA CLASSE

21-25 personnes

NOMBRE D'ÉLÈVES PAR ÉQUIPE

2 ou 3 personnes

ENCADREMENT PÉDAGOGIQUE

L'encadrement se fait de deux façons. Premièrement, les élèves rencontrent ensemble leur professeur pour une période de trois heures à chaque semaine. Deuxièmement, les équipes de travail peuvent obtenir sur demande et à volonté des rencontres particulières d'une demi-heure avec leur professeur.



Activité 6

Un regard vectoriel sur le grincement de dents

Activité réalisée au Collège de Sherbrooke par MARIE-JANE HAGUEL et NICOLAS PFISTER

Déroulement de l'activité

DÉROULEMENT DE L'ACTIVITÉ ET TEMPS DE RÉALISATION DE CHAQUE ÉTAPE

Avant

À chaque semaine, les membres de l'équipe réalisent un travail de recherche et une réflexion individuelle.

Pendant

Lors des rencontres hebdomadaires, il y a mise en commun des résultats obtenus séparément pendant la semaine. Chaque équipe présente alors un bref compte rendu de l'avancement de son travail au professeur et discute de l'orientation à donner pour le travail de la semaine à venir.

Après

Une fois le travail terminé, chaque équipe doit rédiger, avec un système de traitement de texte, un rapport complet des résultats obtenus et des démarches élaborées. Ce rapport doit être accompagné d'un bref résumé en français et en anglais. Chaque équipe doit aussi faire une présentation orale de son travail.

Évaluation et matériel nécessaire

SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Le rapport écrit compte pour 75 % de la note finale et la présentation orale pour 25 %. Les évaluations du rapport et de la présentation sont faites à partir de deux grilles de correction qui définissent de façon précise les critères de correction et le barème associé (voir les annexes P.1 et P.2).

MATÉRIEL NÉCESSAIRE

La réalisation de ce travail ne nécessite que le questionnaire (voir l'annexe E.1), quelques livres de référence (algèbre linéaire et calcul) ainsi que l'accès à un système de traitement de texte et à un logiciel de calcul symbolique.

ANNEXES

Professeur

Annexe P.1 : *Grille de correction du rapport écrit*

Annexe P.2 : *Grille de correction de l'exposé oral*

Élèves

Annexe E.1 : *Questionnaire*

Remarques :

Les annexes en format PDF se retrouvent dans le cédérom qui accompagne ce recueil.

De plus, ces annexes en format Word et une analyse pédagogique de l'activité sont également disponibles dans la section *Trésors pédagogiques* du site Internet du Saut quantique à l'adresse URL : <http://www.apsq.org/sautquantique>.

Autres idées à explorer

Il serait possible d'ajouter un volet expérimental à ce travail (enregistrement et reproduction du son produit par divers instruments).

On pourrait aussi faire le lien avec la méthode des moindres carrés pour l'approximation.

Une autre idée serait d'essayer d'autres types de fonctions que les polynômes trigonométriques comme sous-espace vectoriel (polynômes de Bernstein, fonctions splines, etc.).

Médiagraphie

DIONNE, Bernard, *et al.* (1998). *Pour réussir : Guide méthodologique pour les études et la recherche : Sciences de la nature*, Laval, Éditions Études vivantes, 290 p.

FAUCHER, Christiane (1987). *Travailler en équipe 1*, Sherbrooke, Collège de Sherbrooke, 4 p.

FAUCHER, Christiane (1987). *Travailler en équipe 2*, Sherbrooke, Collège de Sherbrooke, 4 p.

ANTON, Howard (1995). *Calcul différentiel et intégral 103*, Ottawa, Éditions Reynald Goulet inc., 525 p.

ANTON, Howard (1996). *Calcul différentiel et intégral 203*, Ottawa, Éditions Reynald Goulet inc., 423 p.

LEROUX, Pierre (1983). *Algèbre linéaire : une approche matricielle* (p. 327-346), Montréal, Modulo Éditeur, 500 p.

MONAGAN, M.B., *et al.* (2000). *Maple 6, Programming Guide*, Waterloo, Waterloo Maple Inc., 586 p.

PAPILLON, Vincent (1993). *Vecteurs, matrices et nombres complexes*, Montréal, Modulo Éditeur, 387 p.

PENNEY, Richard (1998). *Linear Algebra : Ideas and Applications* (p. 229-243), New York, John Wiley & Sons, Inc., 382 p.

RICH, Albert, *et al.* (1996). *Derive User Manual, Version 3*, Honolulu, Soft Warehouse Inc., 374 p.

SELBY, Samuel (1974). *Standard Mathematical Tables*, 22^e édition, Cleveland, CRC Press Inc., 706 p.